

## REAÇÕES DE APOIO EM ELEMENTOS ESTRUTURAIS DE CROSS LAMINATED TIMBER SOB A INFLUÊNCIA DO EFEITO ROLLING SHEAR

Ramon Vilela<sup>1</sup> \*; Nilson T. Mascia<sup>1</sup>; Mileny S. G. de Souza<sup>2</sup>; Cassiano A. G. de Barros<sup>1</sup>; Leandro Vanalli<sup>2</sup>.

<sup>1</sup> Departamento de Estruturas, Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo (FECFAU), Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), Campinas/SP, Brasil.

<sup>2</sup> Universidade Estadual de Maringá (UEM), Umuarama/PR, Brasil.

\* e-mail do autor correspondente: [ramonvilela@outlook.com](mailto:ramonvilela@outlook.com)

**Resumo:** Painéis de Cross Laminated Timber (CLT) são elementos estruturais compostos por camadas de lamelas orientadas ortogonalmente entre si. Tal composição faz com que as camadas transversais sejam submetidas a esforços de cisalhamento ao redor das fibras, promovendo o efeito denominado como *rolling shear*. O intuito deste trabalho é discorrer sobre as consequências do efeito rolling shear em placas estruturais de CLT sob condição hiperestática. Para isto, comparou-se o método da viga de Euler-Bernoulli com o de Timoshenko, a fim de avaliar a influência nas reações de apoio para uma condição de apoio-engaste. As análises demonstram que placas de CLT estão suscetíveis a mudanças significativas na determinação das forças e momento de reação, sendo tais diferenças mais elevadas em vãos curtos. Com isto, recomenda-se que a parcela de energia de deformação devido aos esforços cortantes não seja negligenciada na análise de painéis de CLT.

**Palavras-chave:** CLT; *rolling shear*; hiperestaticidade, Método de Euler-Bernoulli; Timoshenko

## SUPPORT REACTIONS IN CROSS LAMINATED TIMBER STRUCTURAL ELEMENTS UNDER THE INFLUENCE OF ROLLING SHEAR EFFECT

**Abstract:** Cross laminated timber (CLT) is structural element composed of lamellae layers oriented orthogonally to each other. Such a composition causes the transverse layers to be subjected to shear forces around the fibers, promoting the effect known as rolling shear. The main of this work is to discuss the consequences of the rolling shear effect in CLT structural panels under hyperstatic conditions. For this, the Euler-Bernoulli beam method was compared with that of Timoshenko, to evaluate the influence on the support reactions for a hinged-fixed condition. The analyzes demonstrate that CLT plates are susceptible to significant changes in the determination of forces and reaction moment, such differences being higher at short spans. With this, it is recommended that the portion of deformation energy due to shear forces not be neglected in the analysis of CLT panels.

**Keywords:** CLT; *rolling shear*; hyperstaticity; Euler-Bernoulli method; Timoshenko

## 1. INTRODUÇÃO

A produção e utilização de elementos estruturais de cross laminated timber (CLT) ou madeira lamelada colada cruzada (MLCC) vem crescendo exponencialmente no Brasil e no mundo devido ao anseio da sociedade por estruturas industrializadas, de execução rápida, sustentáveis e ao mesmo tempo esteticamente atraentes [1]. Por ser composto por camadas de lamelas dispostas ortogonalmente entre si, as lamelas do CLT estão frequentemente submetidas ao cisalhamento ao redor das fibras, ou  $\tau_{RT}$  (sendo R radial e T transversal). Devido à anatomia fibrosa da madeira, este tipo de tensão cisalhante ocasiona o efeito *rolling shear*, assim denominado pela indução à rolagem das fibras umas sobre as outras sob este efeito.

Pesquisas para avaliar o comportamento estrutural deste efeito sobre a madeira têm crescido para melhor compreender tal efeito sobre os elementos de CLT. Neste âmbito, pode-se citar a avaliação do mecanismo de falha do deste efeito [2], a influência do rolling shear em função da espessura das camadas transversais [3], a revisão literária de métodos de ensaios de cisalhamento para caracterizar o *rolling shear* [4], estendendo-se tal caracterização para as espécies de reflorestamento brasileiras utilizadas para a confecção de painéis de CLT [5]. Além disso, a sétima parte da norma de estruturas de madeira lançada recentemente, NBR 7190-7:2022 [6] traz métodos de ensaios para caracterização da resistência e módulo de elasticidade do CLT sob o efeito rolling shear.

Com isto, demonstra-se que o efeito *rolling shear* tem sido alvo de estudos para melhor compreender a influência deste fenômeno sob a análise e dimensionamento de painéis de CLT. No entanto, dependendo da flexibilidade de um elemento estrutural, podem haver mudanças nos valores das reações de apoio deste elemento caso haja condição de hiperestaticidade ao ser considerada a energia de deformação proveniente de esforços cortantes para sua análise. Neste contexto, o presente artigo visa avaliar a influência do efeito *rolling shear* na análise de placas estruturais de CLT utilizadas como pisos ou forros em condição hiperestática por meio de estudos analíticos empregando valores de resistência e rigidez obtidos experimentalmente.

## 2. MATERIAL E MÉTODOS

Para o desenvolvimento deste estudo, as teorias de vigas clássica e de cisalhamento de primeira ordem foram empregadas, a fim de conduzir uma análise comparativa entre os valores produzidos por ambas utilizando-se de resultados experimentais de literatura. A condição hiperestática de apoio-engaste foi elegida por ser uma representação simplificada da condição de três apoios em uma única direção, com vãos e rigidezes iguais, disposição muito comum no uso do CLT como pisos e forros.

## 2.1 Reações de apoio segundo a teoria clássica de vigas

Pelo princípio dos trabalhos virtuais (PTV) é possível determinar reações de apoios em vigas com  $i$  graus de hiperestaticidade de forma matricial, aplicando-se a seguinte equação:

$$\begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \cdots & \delta_{1n} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \cdots & \delta_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_{m1} & \delta_{m2} & \cdots & \delta_{1n} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \delta_{10} \\ \delta_{20} \\ \vdots \\ \delta_{i0} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

Sendo a matriz de deformações resultantes de esforços virtuais unitários, o vetor refere-se aos esforços virtuais unitários que substituem as reações de apoio que produzem hiperestaticidade à viga. O vetor é composto pelos deslocamentos produzidos pelos carregamentos reais, é o grau de hiperestaticidade, e  $i$  é o número de linhas e colunas da matriz, tendo seu valor = .

A Equação (1) é escrita como para uma condição de 1 grau de hiperestaticidade. Ao se igualar as energias de deformação interna e externa (), tem-se a Equação (2), na qual são consideradas apenas as deformações devido ao momento fletor, conforme preconiza a teoria clássica de vigas elaborada por Euler-Bernoulli.

$$\bar{P}\delta = \int_L \frac{M\bar{M}}{EI} dx \quad (2)$$

onde é o carregamento virtual = 1, é o deslocamento, é o momento fletor devido ao carregamento real, é o momento fletor proveniente do carregamento virtual, é o produto de rigidez à flexão.

Aplicando-se o princípio da superposição dos efeitos (PSE) em uma viga apoiada-engastada, conforme a Figura 1, bem como as Equações (1) e (2), é possível determinar os deslocamentos e , resultando nos deslocamentos apresentados na Equação (3).

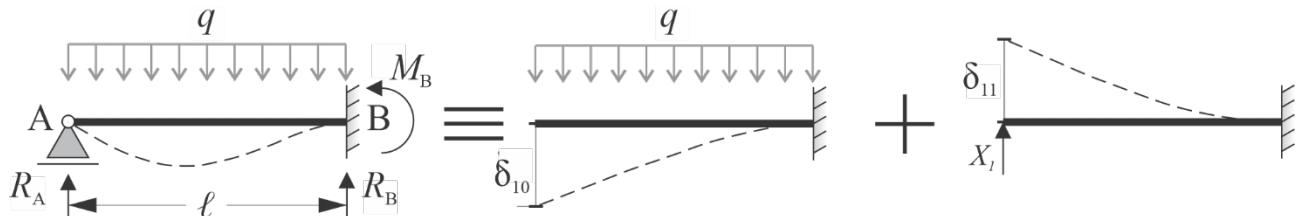


Figura 1: Princípio da superposição de efeito para uma viga apoiada-engastada.

$$\delta_{10} = \frac{q\ell^4}{8EI}; \delta_{11} = \frac{\ell^3}{3EI} \quad (3)$$

sendo o comprimento da viga.

Para a condição de viga em estudo, a reação de apoio terá o mesmo valor que a força . Por meio equilíbrio das forças verticais () e momentos no ponto A () é possível determinar as reações de força e momento fletor . Assim, pela teoria de Euler-Bernoulli, tem-se o seguinte conjunto de soluções para as reações de força e momento:

$$R_A = \frac{3q\ell}{8}; R_B = \frac{5q\ell}{8}; M_B = -\frac{q\ell^2}{8} \quad (4)$$

## 2.2 Reações conforme a teoria de cisalhamento de primeira ordem

Empregando-se a teoria de viga de cisalhamento de primeira ordem formulada por Timoshenko, a energia de deformação interna é calculada levando-se em conta a parcela de momento fletor e esforço cortante, chegando-se a seguinte expressão:

$$W_{int} = \int_L \frac{M\bar{M}}{EI} dx + \int_L \frac{V\bar{V}\kappa}{GA} dx \quad (5)$$

nesta, é o esforço cortante para o carregamento real, é o esforço cortante para o carregamento virtual, é o fator de forma e é o produto de rigidez à cortante do elemento.

Os deslocamentos da condição isostática da Figura 1 são obtidos solucionando a Equação (5):

$$\delta_{10} = \frac{q\ell^4}{8EI} + \frac{q\ell^2}{2GA}; \delta_{11} = \frac{\ell^3}{3EI} + \frac{\ell\kappa}{GA} \quad (6)$$

Ao empregar a Equação (6) de forma análoga as reações anteriormente calculadas, é possível obter as reações de apoio seguindo a teoria de vigas de Timoshenko, conforme a Equação (7).

$$R_A = \frac{3q\ell}{8} \left( \frac{GA\ell^2 + 4EI\kappa}{GA\ell^2 + 3EI\kappa} \right); R_B = \frac{q\ell}{8} \left( \frac{5GA\ell^2 + 12EI\kappa}{GA\ell^2 + 3EI\kappa} \right); M_B = \frac{q\ell^2}{8} \left( \frac{GA\ell^2}{GA\ell^2 + 3EI\kappa} \right) \quad (7)$$

## 2.3 Rigidezes à flexão e cortante do CLT

Para a condução da análise comparativa entre os métodos, a rigidez à cortante foi considerada como sendo  $= 2,14 \cdot 10^6$  N, e a rigidez à flexão  $= 2,77 \cdot 10^6$  N.m<sup>2</sup>, para uma placa de CLT composta por camadas de 40L-20T-40L-20T-40L (L indica a direção longitudinal e T a transversal) de madeira de *Pinus taeda L.*, que foram obtidos experimentalmente por ensaios de flexão à quatro pontos conduzidos por Vilela [7].

## 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Na Figura 2 são apresentadas as diferenças entre reações segundo a teoria de Euler-Bernoulli e a de Timoshenko, utilizando-se da teoria de Euler-Bernoulli como base [*i.e.*, ]. Nesta figura é possível identificar que todas as reações sofreram modificações significativas para vãos curtos, sendo o momento fletor mais afetado. O momento em B inicia sua variação em -100 %, reação em B, -20 %, e reação em A, 33 % de diferença inicial. A alteração do valor de não modifica a diferença inicial.

Outro aspecto importante de se observar é a diferença entre  $R_B$  e  $R_A$  considerando o mesmo método de análise, conforme mostra o gráfico da Figura 3. Neste gráfico identifica-se a diferença entre as forças de reação nos pontos A e B para a viga de clássica tem o constante de valor de 67 %. Já para a viga de Timoshenko, esta diferença varia de 0 % a 64 % no gráfico. Para o comprimento de  $= 10$  m, são observadas diferenças de -3 %, -1 % e 1 %, para  $M_B$ ,  $R_B$  e  $R_A$ , respectivamente.

Figura 2: Diferença entre reações segundo Euler-Bernoulli e Timoshenko.

Finalmente observa-se que tais resultados corroboram com os estudos supracitados que indicaram os vãos curtos são mais críticos para a resistência e rigidez associados à cortante em painéis estruturais de CLT. Entretanto, destaca-se o fato de os valores de reações serem alterados em função da rigidez a cortante em condições hiperestáticas.

#### 4. CONCLUSÕES

Painéis estruturais de CLT analisados como vigas hiperestáticas sofrem alterações de valores de reações de apoio quando comparados o método clássico de Euler-Bernoulli à teoria das vigas de Timoshenko. Tais diferenças são amplificadas pelo efeito rolling shear, que causa uma redução da rigidez ao cisalhamento da peça.

Portanto, recomenda-se que o efeito da cortante não seja negligenciado na análise de reações de apoio de elementos estruturais hiperestáticos de CLT, principalmente para comprimentos curtos.

#### 5. REFERÊNCIAS

- [1] Muszynski, L.; Larasatie, R.; Guerrero, J.E.M; Albee, R.; Hansen, E.N. Global CLT industry in 2020: Growth beyond the Alpine Region. In Proceedings of the 63rd International Convention of Society of Wood Science and Technology. 2020; pp. 9.
- [2] Nie, X. Failure Mechanism of Rolling Shear Failure in Cross-Laminated Timber. Thesis (Master of Science), The University of British Columbia, 2015.
- [3] Sikora, K.S.; McPolin, D.O.; Harte, A.M. Effects of the thickness of cross-laminated timber (CLT) panels made from Irish Sitka spruce on mechanical performance in bending and shear. Construction and Building Materials. 2016; 116: 141–150.
- [4] Ehrhart, T.; Brandner, R. Rolling shear: Test configurations and properties of some European soft- and hardwood species. Engineering Structures. 2018; 172: 554–572.
- [5] Souza, M.S.G. Avaliação do efeito rolling shear em corpos de prova de cross laminated timber (CLT) das espécies de *Pinus taeda* L. e *Eucalyptus grandis*. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Civil), Universidade Estadual de Maringá, 2022.
- [6] ABNT. NBR 7190-7: Projeto de Estruturas de Madeira — Parte 7: Métodos de ensaio para caracterização de madeira lamelada colada cruzada estrutural. Rio de Janeiro, 2022.
- [7] Vilela, R. Desempenho estrutural de placas de Cross Laminated Timber submetidas à flexão. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Universidade Estadual de Campinas, 2020.

Figura 3: Diferença entre  $R_B$  e  $R_A$  para o mesmo método de análise.